

Warum ist das Wasserstoffatom stabil?

Probleme der gängigen Atomvorstellung

Die vielfach übliche Vorstellung vom Wasserstoffatom, bei dem ein einzelnes Elektron um den Atomkern kreist, ist aus verschiedenen Gründen nicht haltbar. Einmal davon abgesehen, dass das Wasserstoffatom nach dieser Vorstellung scheibenförmig sein müsste, widerspricht der Bahnbeziehung auch der Heisenberg'schen Unschärferelation, nach der man Ort und Geschwindigkeit eines Teilchens nie gleichzeitig genau bestimmen kann. Außerdem wird bei dieser Vorstellung nicht der Wellencharakter des Elektrons berücksichtigt.

Nach Louis de Broglie ist jedem Teilchen eine Welle zugeordnet, eine mathematische Welle, welche die Aufenthaltswahrscheinlichkeit eines Teilchens liefert.

Ein wellenmechanisches Modell

Ein Modell, das den Wellencharakter der Elektronen berücksichtigt, betrachtet eine Kugel mit einem (zunächst variablen) Radius r , in dessen Zentrum sich der positiv geladene Atomkern befindet. Innerhalb dieser Kugel hat das Elektron überall die gleiche Aufenthaltswahrscheinlichkeit!

Das Elektron ist also in einem Raum der Länge $2r$ eingesperrt. Das wellenmechanische Modell des linearen Potentialtopfes bzw. linearen Kastens besagt, dass das Elektron eine gewisse Mindestenergie als **kinetische Energie**, eine sog. Lokalisationsenergie besitzen muss, die vom Radius r abhängt:

$$E_{\text{kin}} = h^2 / (32m) \cdot 1/r^2$$

Weiterhin ist eine Energie der Lage, die **potentielle Energie** im elektrischen Feld des Atomkerns vorhanden. Da der Nullpunkt dieser potentiellen Energie im Unendlichen liegt, ist diese Energie in der Nähe des Atomkerns negativ. Nimmt man als mittlere Entfernung des Elektrons vom Atomkern den halben Kugelradius, so ergibt sich

$$E_{\text{pot}} = - e^2 / (2\pi\epsilon) \cdot 1/r$$

Die Gesamtenergie E_{ges} des Systems hat dann die Form

$$E_{\text{pot}}(r) = A \cdot 1/r^2 - B \cdot 1/r$$

Einsetzen der Zahlenwerte liefert für die Konstanten die Zahlenwerte $A = 1,5 \cdot 10^{-38} \text{ Jm}^2$ und $B = 4,6 \cdot 10^{-28} \text{ Jm}$.

Physikalische Systeme versuchen, einen Zustand minimaler Energie einzunehmen. So rollt ein Felsen von selbst den Berg herab, um unten im Tal eine kleinere Energie zu besitzen. Im obigen Modell des Wasserstoffatoms wird sich der Radius der Aufenthaltskugel für das Elektron so einstellen, dass die Gesamtenergie minimal wird.

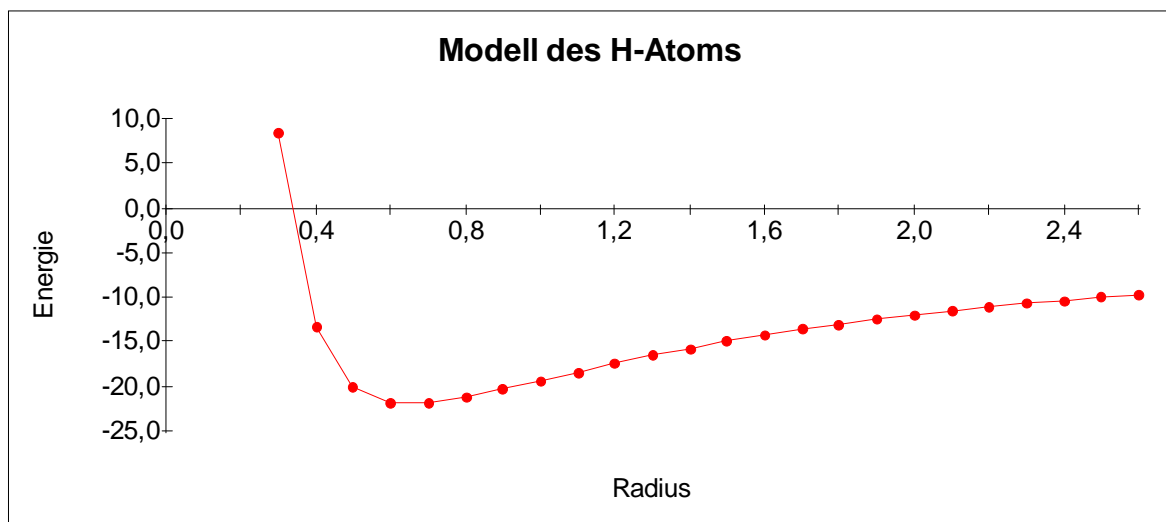
Bestimmung des Energieminimums

Für die Funktion $E_{\text{pot}}(r) = A \cdot 1/r^2 - B \cdot 1/r$ ist also derjenige Radius r zu bestimmen, für den die Gesamtenergie am kleinsten ist. Die gelingt einmal mit den Mitteln der Analysis, indem man die Ableitung bestimmt und diese Null setzt. Man kann aber auch mit einem Tabellenkalkulationsprogramm eine Tabelle erstellen, diese grafisch darstellen und so das Energieminimum ermitteln.

Für die sinnvollen Radien in der Größenordnung 10^{-10} m liefert eine entsprechende Tabelle folgende Werte:

r in 1E-10 m	3E-11	5E-11	7E-11	9E-11	1,1E-10	1,3E-10	1,5E-10	1,7E-10
E in eV	8,33333	-20,0	-21,9	-20,4	-18,4	-16,6	-15,0	-13,7

Als Diagramm dargestellt, erhält man das Schaubild der Funktion $E_{\text{ges}}(r)$.



Offenbar nimmt das System den Radius von etwa $0,65 \cdot 10^{-10}$ m ein, weil bei diesem Radius die Energie am niedrigsten ist. Würde man versuchen, die Kugel zu verkleinern oder zu vergrößern, so müsste Arbeit verrichtet werden bzw. dem System Energie zugeführt werden.

Die genaue wellenmechanische Rechnung mit der sog. Schrödingergleichung liefert bis auf leicht veränderte Werte die gleichen Ergebnisse!

Das obige recht einfache Modell erklärt, warum das Wasserstoffatom stabil ist. Es verzichtet völlig auf klassische Elektronenbahnen. Im Gegenteil, die Elektronen befinden sich völlig zufällig in unterschiedlichen Entfernungen vom Atomkern.

W. Steffen, Februar 2000